Tarea 10

Algoritmos Computacionales. Grupo 3009
Facultad de Ciencias
Universidad Nacional Autónoma de México

Fecha de entrega: Viernes 22 de Mayo antes de las 23:59

Instrucciones: resolver todos los ejercicios de aquí mostrados dentro de un Notebook de Jupyter. La separación entre ejercicios debe de ser clara. El uso de celdas de Markdown para poner texto explicativo y los comentarios se recomiendan ampliamente.

Ya que cada notebook solo soporta un lenguaje, deben de entregar un solo notebook con nombre `apellidoPaterno_tarea10`.

Ingenio

Dado un número real positivo $S > 0$, definimos la sucesión recursiva $\{x_k\}$ de la siguiente forma:

$$x_k = \begin{cases} S & \text{si } k = 1 \\ \frac{1}{2}\left(x_{k-1} + \frac{S}{x_{k-1}}\right) & \text{si } k > 1 \end{cases} \tag{1}$$

1. Define una función `mi_babilonia(n,S)` que toma como argumento un natural n y un real positivo S y regresa una lista con los primeros n términos de la sucesión creada a partir de ese valor de S.

2. **(Este ejercicio es opcional)** Fija $n = 10^2$, y construye los primeros n términos de la sucesión utilizando tu función para disintos valores de S. ¿La sucesión converge?. De ser así, ¿el punto de convergencia está relacionado con S? Investiga lo que es el *método babilónico* o *método de Heron*.

Ecuaciones trascendentes

2. La magnetización $\mathcal{M}$ de un sólido ferromagnético está dada por la siguiente ecuación trascendental:

$$\tanh \alpha\mathcal{M} = \mathcal{M} \tag{2}$$

   Usando el método de Newton-Raphson, encuentra soluciones a la ecuación para $\alpha_1 = 0.5$ y para $\alpha_2 = 1.5$. Limita los valores iniciales del algoritmo a estar en el intervalo $[-2, 2]$.

¿La solución es única en ambos casos? Si no lo son, ¿las soluciones dependen del punto inicial?

3. Dado un número real R, encuentra una función polinomial cuya raíz sea $\sqrt{R}$. Aplica el método de Newton-Rhapson a dicha función para encontrar el valor numérico de $\sqrt{R}$. Limita tus valores iniciales a ser positivos.

Optimización

5. Definimos $f : [1, 7] \to \mathbb{R}$ de la siguiente forma

$$f(x) = \sin x + \sin \frac{10}{3} x + \ln x \tag{3}$$

Usa el algoritmo de descenso de gradiente para encontrar mínimos locales de la función dentro del intervalo señalado como su dominio. ¿Los mínimos encontrados dependen de la condición inicial?

6. Definimos $g : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}$ de la siguiente forma

$$g(x) = \sum_{k=1}^{4} k \cos\left((k+1)x + k\right) \tag{4}$$

Usa el algoritmo de descenso de gradiente para encontrar mínimos locales de la función. ¿El algoritmo realmente converge a un solo mínimo? Grafica la función $g(x)$ para entender la convergencia.