# Tarea 5

Algoritmos Computacionales. Grupo 3009
Facultad de Ciencias
Universidad Nacional Autónoma de México

Fecha de entrega: Jueves 9 de Abril antes de las 23:59

**Instrucciones:** para cada uno de los siguientes ejercicios, entregar dos archivos: un programa de Python en .py y un programa de Julia en .jl, con el nombre `apellidoPaterno_ejercicio_i` donde `i` es el número de ejercicio al que corresponde el programa del archivo.

## Aproximaciones de $\pi$

A continuación se muestran un conjunto de series que aproximan el valor de $\pi$ mediante una serie o una sucesión. Para cada una de ellas, haz un programa que le pida al usuario el valor de $n$, calcule la serie hasta el término $n$ e imprima el valor de $\pi$ calculado usando esa aproximación

1. Fórmula de Leibniz
$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1} = \frac{\pi}{4} \tag{1}$$

2. Problema de Basel
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6} \tag{2}$$

3. 
$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^k k!^2}{(2k+1)!} = \frac{\pi}{2} \tag{3}$$

4. Fórmula BBP
$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{16^k} \left( \frac{4}{8k+1} - \frac{2}{8k+4} - \frac{1}{8k+5} - \frac{1}{8k+6} \right) = \pi \tag{4}$$

# Tabular funciones

Para cada una de las siguientes funciones, escribe un programa que le pida al usuario dos números reales $a, b$ tales que $a \leq b$ y un número natural $n$, genera una partición regular $a_0, \ldots a_n$ del intervalo $[a, b]$ tal que $a_0 = a$, $a_n = b$ y $a_{i+1} - a_i = \frac{b-a}{n}$ e imprima en la pantalla las parejas $a_i, f(a_i)$ para las siguientes funciones:

5. Función esférica de Bessel del primer tipo

$$f(x) = j_3(x) = \left(\frac{15}{x^3} - \frac{6}{x}\right)\frac{\sin x}{x} - \left(\frac{15}{x^2} - 1\right)\frac{\cos x}{x} \tag{5}$$

6. Polinomios de hermite

$$f(x) = \begin{cases} 128x^7 - 1344x^5 + 3360x^3 - 680x & \text{Si } x \geq 0 \\ 512x^9 - 9216x^7 + 48384x^5 - 80640x^3 + 30240x & \text{Si } x < 0 \end{cases} \tag{6}$$

7.

$$f(x) = \operatorname{arcsch}(x) = \ln\left(\frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x^2} + 1}\right) \tag{7}$$

# Funciones recursivas

8. Usa una función recursiva para computar la sucesión $a_k$ definida de la siguiente manera:

$$a_k = \begin{cases} \sqrt{2} & \text{Si } k = 0 \\ \sqrt{2 + a_{k-1}} & \text{Si } k \geq 1 \end{cases} \tag{8}$$

Haz un programa que le pida al usuario el un número $n$ e imprima en pantalla los primeros $n+1$ términos de la sucesión.

9. Los números hexagonales $H_n$ se definen como el número de puntos de un hexágono discreto con $n$ puntos en un lado. La figura 1 muestra dichos hexágonos discretos

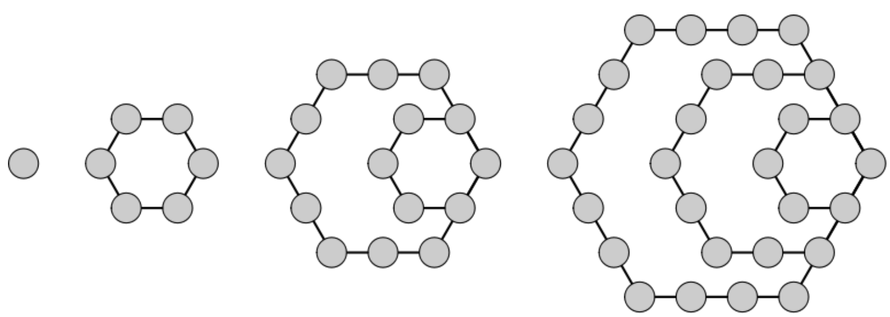

Figura 1: Primeros 4 números hexágonos discretos

Así, $H_1 = 1$ , $H_2 = 6$, $H_3 = 15$ y $H_4 = 28$. Encuentra una fórmula **recursiva** para $H_n$, es decir, que ponga $H_k$ en términos de $H_{k-1}$. Implementa dicha fórmula recursiva en una función recursiva y haz un programa que le pida al usuario un número $n$ e imprima en la pantalla el número hexagonal $H_n$