Tarea 9

Algoritmos Computacionales. Grupo 3009
Facultad de Ciencias
Universidad Nacional Autónoma de México

Fecha de entrega: Viernes 15 de Mayo antes de las 23:59

Instrucciones: resolver todos los ejercicios de aquí mostrados dentro de un Notebook de Jupyter. La separación entre ejercicios debe de ser clara. El uso de celdas de Markdown para poner texto explicativo y los comentarios se recomiendan ampliamente.

Ya que cada notebook solo soporta un lenguaje, deben de entregar dos notebooks con nombre `apellidoPaterno_tarea9_lenguage` donde `lenguaje` es "Python" o "Julia", segun sea el caso.

Ingenio

Recordando la función $c(n) : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, definida en el primer ejercicio de la tarea 8. Sea ahora $m \in \mathbb{N}$ un número natural arbitrario, definimos ahora una sucesión Z_k de la siguiente forma

$$Z_k = \begin{cases} m & \text{si } k = 1 \\ c(Z_{k-1}) & \text{si } k > 1 \end{cases} \tag{1}$$

1. **Sin utilizar una funcion recursiva**, construye una función `mi_z(m,l)` que tome como argumento el natural m, el punto inicial de la sucesión Z_k, y otro número natural l y regresa una lista $[Z_1, \ldots, Z_l]$ que contenga los primeros l elementos de la sucesión.

2. **(Este ejercicio es opcional)** Utiliza la función `mi_z(m,l)` para construir los primeros 10^4 valores de la sucesión Z_k para distintos valores de m. ¿La sucesión siempre se vuelve constante?. Intestiga lo que es la *Conjetura de Collatz*

Derivación

Definimos la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ como

$$f(x) = \sqrt[3]{\sin\left(\sqrt[4]{x}\right)} \tag{2}$$

3. Encuentra la expresión exacta para $f'(x)$

4. Grafica $f'(x)$ junto con la derivada numérica calculada por diferencia hacia adelante, diferencia centrada y diferencia hacia atrás para $x \in [3, 6]$.

Integración

La función erf(x) se define de la siguiente forma

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \tag{3}$$

5. Define una función `mi_erf(x,n)` que calcule la función erf(x) utilizando la regla de Integración rectangular centrada con n subintervalos.

6. Recordando que una suma de Riemann de una función f en un intervalo $[a, b]$ es de la forma

$$\frac{b-a}{n} \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i) \tag{4}$$

Con $\xi_i \in [x_{i-1}, x_i]$. Construye una función `mi_int(f,a,b,n)` que aproxime la integral evaluando la suma de Riemann en el punto $\xi_i = \frac{2x_{i-1}+x_i}{3}$